

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATÉGORIE C

Vous trouverez dans ce fichier des exemples de pages de cours prises au hasard dans le fichier
« Mathématiques – Cours de préparation aux concours de catégorie C ».

SOMMAIRE

ARITHMÉTIQUE	
Cours	Page
Numération	4
Rangement, Comparaison, Egalités, Inégalités	8
Les 4 opérations de base	11
Appliquer une formule simple donnée	12
Arrondi d'un nombre	15
Multiples et diviseurs, divisibilité	21
Fractions	26
Fractions +. Une autre manière d'aborder les fractions (et de les comprendre...).	33
Carré et racine carrée	41
Puissances	42
Conversions	46
Système sexagésimal (Heures, minutes, secondes et opérations).	52
Calculs d'aires	55
Calculs de volumes	56
Densité et masse volumique	57
Partages en parts égales	59
Partages en parts inégales	63
Proportionnalité	74
Pourcentages +. Une manière originale d'aborder les pourcentages...	78
Pourcentages de variation	84
Partages proportionnels	85
Formation des coûts et des prix	93
Intérêts simples	97
Débîts (fiche +). Baignoires qui se remplissent et se vident en même temps. Ca rappellera de mauvais souvenirs à certains...	106
Vitesses	123
Latitude et longitude (source wikipédia). Définitions uniquement.	126

GÉOMÉTRIE	
Cours	Page
Notions de base (Perpendiculaires, parallèles, triangles, cercles, ...)	128
Angles	150
Construction de triangles (Fiche +)	152

ALGÈBRE	
Cours	Page
Nombres relatifs	155
Monômes et polynômes	160
Comment calculer certaines valeurs d'une expression algébrique (Fiche +)	161
Développement	163
Factorisation	166
Identités remarquables	170
Équations du 1 ^{er} degré à une inconnue	174
Inéquations du 1 ^{er} degré à une inconnue	182
Systèmes d'équations du 1 ^{er} degré à une inconnue	183
Équations du 2 nd degré à une inconnue	191
Comment placer des points sur un graphique	197
Fonctions usuelles	201
Comment tracer une droite connaissant son équation (Fiche outil)	220
Comment trouver l'équation d'une droite connaissant deux de ses points (Fiche outil)	221
Comment résoudre graphiquement une équation du second degré (Fiche outil)	222
Vecteurs	223
Théorème de Pythagore (Fiche +)	230
Trigonométrie dans le triangle rectangle (Fiche +)	232

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « Arrondir un nombre »**

➤ **EXERCICES D'APPROCHE : Arrondir au dixième.**

1) Arrondir les nombres suivants au dixième près :

Lorsqu'un nombre doit être arrondi au **dixième près (on dit aussi à 0,1 près)**, celui-ci se retrouve **nombre décimal (avec virgule)**. On prend comme valeur approchée le nombre le **plus proche** du nombre d'origine, avec **un** chiffre après la virgule (**le chiffre des dixièmes**).

Exemple : 3,24 s'arrondit à 3,2 car 3,24 est plus proche de 3,2 que de 3,3
mais 3,28 s'arrondit à 3,3 car 3,28 est plus proche de 3,3 que de 3,2.

Cas particulier : par définition, on considère que 3,25 s'arrondit à 3,3.

Nombre à arrondir :	Valeur approchée à 0,1 près :	Nombre à arrondir:	Valeur approchée à 0,1 près :
3,12		3,47	
70,23		4,01	

2) Arrondir les nombres suivants au dixième près par défaut :

Lorsqu'un nombre doit être arrondi au **dixième près par défaut**, on prend comme valeur approchée le nombre **juste inférieur** au nombre d'origine, avec **un** chiffre après la virgule (**le chiffre des dixièmes**).

Exemple : 3,24 s'arrondit à 3,2 mais 3,28 s'arrondit aussi à 3,2

Nombre à arrondir :	Valeur approchée à 0,1 près par défaut :	Nombre à arrondir:	Valeur approchée à 0,1 près par défaut :
3,12		3,47	
70,23		4,01	

3) Arrondir les nombres suivants au dixième près par excès :

Lorsqu'un nombre doit être arrondi au **dixième près par excès**, on prend comme valeur approchée le nombre **juste supérieur** au nombre d'origine, avec **un** chiffre après la virgule (**le chiffre des dixièmes**).

Exemple : 3,28 s'arrondit à 3,3 mais 3,24 s'arrondit aussi à 3,3

Nombre à arrondir :	Valeur approchée à 0,1 près par excès :	Nombre à arrondir:	Valeur approchée à 0,1 près par excès :
3,12		3,47	
70,23		4,01	

4) Encadrer les nombres suivants au dixième près :

Lorsqu'un nombre doit être encadré au dixième **près**, celui-ci se retrouve encadré à sa gauche par le nombre à une virgule juste inférieur (son arrondi par défaut) et à sa droite par le nombre à une virgule juste supérieur (son arrondi par excès).

Nombre à encadrer:	Encadrement à 0,1 près :	Nombre à encadrer:	Encadrement à 0,1 près :
3,12		3,47	
70,23		4,01	

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « Fractions + »**

Le seul moyen de s'en sortir, c'est de passer de « C » à « Subvention », puis d'accéder à « A » et « B ». Problème : on n'a pas la fraction concernant la branche de « C ». Réfléchissons : A et B reçoivent $\frac{2}{9} + \frac{3}{7}$. C reçoit le reste. Combien font $\frac{2}{9} + \frac{3}{7}$? Hop, sortons la calculatrice et sa touche magique (voir début de la partie 1) : $\frac{2}{9} + \frac{3}{7} = \frac{41}{63}$. Donc C reçoit le reste de $\frac{41}{63}$ soit $\frac{22}{63}$ (il suffit de faire comme précédemment : ici : $63 - 41 = 22$).

Attention : on n'est pas à l'école, inutile de chercher à simplifier vos fractions !

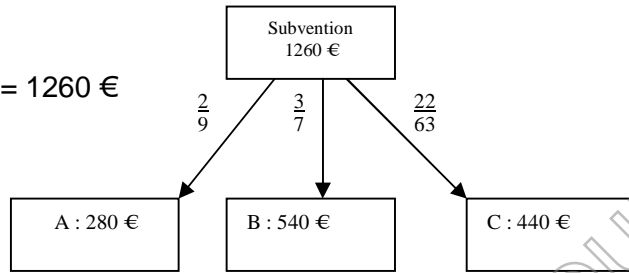
Donc :

Dès lors :

$$\text{Subvention} = 440 \times \frac{63}{22} = 1260 \text{ €}$$

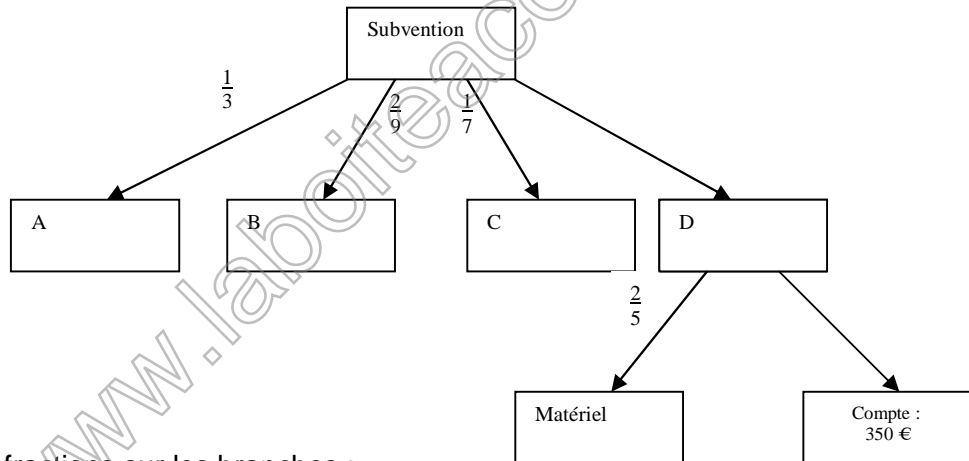
$$A = 1260 \times \frac{2}{9} = 280 \text{ €}$$

$$B = 1260 \times \frac{3}{7} = 540 \text{ €}$$



Exercice 6 : Une mairie octroie une subvention qu'elle partage entre 4 associations A, B, C, D. A reçoit $\frac{1}{3}$; B reçoit $\frac{2}{9}$; C reçoit $\frac{1}{7}$; D reçoit le reste. D dépense $\frac{2}{5}$ de sa subvention en achat de matériel et place le reste sur un compte, soit 350 €. Combien ont reçu A, B, C et D ?

Schéma :



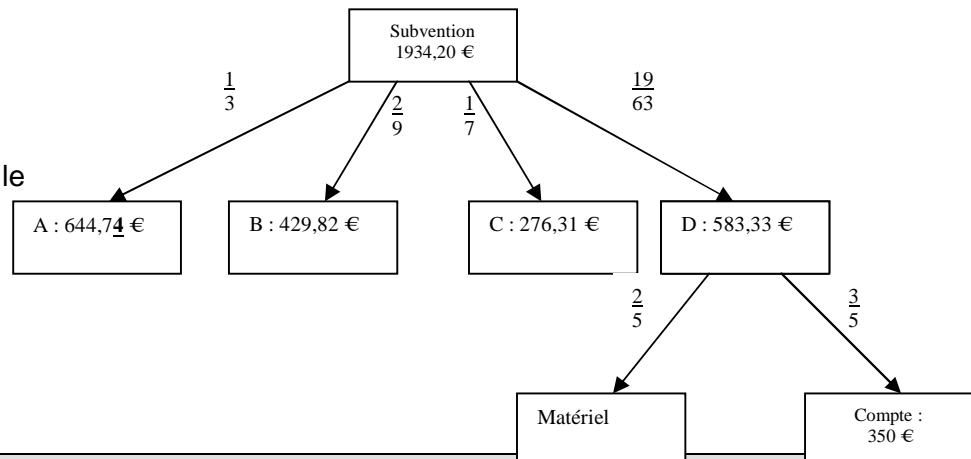
Il nous manque 2 fractions sur les branches :

- Pour aller de « Compte » vers « D » : C'est forcément $\frac{3}{5}$, puisqu'il y a $\frac{2}{5}$ pour le matériel.

- Pour aller de « D » vers « Subvention » : On additionne $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{7} = \frac{44}{63}$.

D a le reste soit $(63 - 44)/63 = \frac{19}{63}$.

On pose tout sur le schéma, puis on vole de branche en branche.



Attention : afin que le Total soit bien de 1934,20, il faut arrondir la plus grande valeur.

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « CONVERSIONS (Mesures de masse, capacité, volume, ...) »**

➤ SYSTEME METRIQUE

Le système métrique ou *système légal des masses et mesures* est constitué par l'ensemble des unités fixées par la loi pour mesurer les longueurs, les masses, les capacités, les aires, les volumes, les valeurs monétaires.

Pour chacune des grandeurs, une unité principale a été choisie. A partir de cette unité principale ont été déterminées des unités secondaires : les **multiples** et les **sous-multiples décimaux**.

On peut retenir le tableau suivant, valable pour tout type de mesure (sauf le poids - voir plus loin), et rassemblant les multiples et les sous-multiples les plus utilisés :

Signification	Milliers	Centaines	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
ou encore :	1 000	100	10	1	0.1	0.01	0.001
Lecture	kilo	hecto	déca		déci	centi	milli
Symbole	k	h	da		d	c	m

MESURES DE LONGUEUR

L'unité est le mètre: m.

Signification	1 000 m	100 m	10 m	1 m	0.1 m	0.01 m	0.001 m
Lecture	1 kilomètre	1 hectomètre	1 décamètre	1 mètre	1 décimètre	1 centimètre	1 millimètre
Notation	1 km	1 hm	1 dam	1 m	1 dm	1 cm	1 mm

Exemple : Combien de cm représentent 403 dam ?

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

On effectue les conversions en 3 étapes :

1^{ère} étape : on place la virgule du nombre dans l'unité de départ. Ici, on ne voit pas la virgule, il suffit de l'ajouter : en effet, 403 = 403,0.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

2^{ème} étape : On place les chiffres correspondants par rapport à la virgule.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
4	0	3,				

3^{ème} étape : On déplace la virgule jusqu'à l'unité désirée.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
4	0	3				

On « bouche » les trous avec des 0 si nécessaire : ici il y a des trous entre le chiffre 3 et la virgule :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
4	0	3	0	0	0,	

Donc : 403 dam = 403 000 cm.

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « Système sexagésimal »**

➤ PASSAGE D'UN SYSTÈME A L'AUTRE

Il est parfois très intéressant de savoir écrire ces types de nombres dans les deux systèmes :

Exemple : A combien équivaut 0,75 h ? A combien, en système décimal, équivalent 30 mn ?

Pour passer du système décimal au système sexagésimal, on multiplie par 60. Le résultat est alors donné dans l'unité juste inférieure :

$$0,75 \text{ h} = 0,75 \times 60 \text{ mn} = 45 \text{ mn.}$$

Pour passer du système sexagésimal au système décimal, on divise par 60. Le résultat est alors donné dans l'unité juste supérieure :

$$30 \text{ mn} = 30 : 60 \text{ h} = 0,5 \text{ h.}$$

En résumé on ne doit jamais confondre 0,2 h par exemple avec 20 mn ou encore 2 mn. Je sais, je l'ai déjà dit, mais c'est pour votre bien...

EXERCICES

✓ I - Additionner :

a)	17 h 25 mn 48 s
+	8 h 43 mn 17 s
+	21 h 13 mn 56 s
=	_____

b)	17 h 25 mn 18 s
+	34 h 07 mn 17 s
=	_____

c)	42 h 00 mn 00 s
+	17 mn 28 s
+	34 h 44 mn 53 s
=	_____

✓ II - Soustraire :

a)	15 h 32 mn 18 s
-	8 h 40 mn 25 s
=	_____

b)	17 h 00 mn 24 s
-	12 h 32 mn 44 s
=	_____

c)	23 h 00 mn 00 s
-	18 h 14 mn 17 s
=	_____

d)	27 h 17 mn 15 s
-	21 h 19 mn 16 s
=	_____

✓ III - Transformer en heures, minutes, secondes :

Opération :

Résultat :

a)	0,25 H
b)	2,6 H
c)	0,128 H
d)	5,08 H

✓ IV - Transformer en nombres décimaux :

Opération :

Résultat :

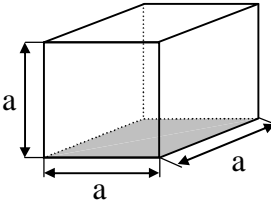
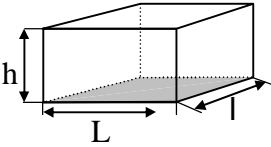
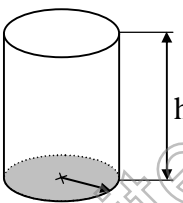
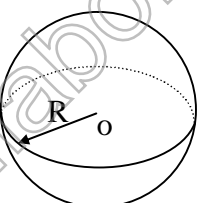
a)	35 mn
b)	2 h 25 mn
c)	3 h 48 mn
d)	0 h 36 mn 50 s

✓ CALCULER

	Résultat intermédiaire	Résultat final
a)	14 h 28 mn 56 s + 12 h 45 mn 37 s	
b)	15 h 23 mn 15 s - 2 h 48 mn 58 s	
c)	3 h 42 mn 41 s x 3	
d)	6 h 58 mn 49 s x 7	
e)	12 h 44 mn 48 s : 4	
f)	51 h 47 mn 28 s : 7	

COURS DE MATHÉMATIQUES
CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ Calculer des volumes

NOM	SOLIDE	FORMULE DU VOLUME
Cube		Volume = $a \times a \times a$ = a^3
Parallélépipède rectangle		Volume = Longueur x largeur x hauteur = $L \times l \times h$
Cylindre		Volume = Aire de base x hauteur = $\pi R^2 \times h$
Boule		Volume = $\frac{4}{3} \pi R^3$
Cas général	Solide régulier	Volume = Aire de base x Hauteur
Cas général	Pyramide, Cône	Volume = $\frac{Bas \times hauteur}{3}$

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

Extrait de « partages en parts inégales » : Correction des énoncés types :

1 Une mairie partage une subvention de 3000 € entre deux associations. La première reçoit le triple de la seconde.

1^{ère} manière : on prend la seconde comme point de repère.

La première a le triple de la seconde, soit 3 fois la seconde.

1 ^{ère} association		Valeur reçue par la 2 ^{ème} association	Valeur reçue par la 2 ^{ème} association	Valeur reçue par la 2 ^{ème} association
+				
2 ^{ème} association		Valeur reçue par la 2 ^{ème} association		

$$3000 = 4 \times \text{Valeur reçue par la 2^{ème} association}$$

La valeur reçue par la 2^{ème} association est donc égale à $3000/4$ soit 750 €

On a donc finalement :

1 ^{ère} association : $3 \times 750 =$ 2250€		750 €	750 €	750 €
2 ^{ème} association : 750 €		750 €		

2^{ème} manière : on prend la première comme point de repère.

Dans ce cas, on a :

1 ^{ère} association		Valeur que va toucher la 1 ^{ère} association
2 ^{ème} association		

Comment exprimer la 2^{ème} dans ce cas ?

Si la 1^{ère} a le triple de la seconde, c'est que la seconde a le 1/3 (le tiers) de la première, on va donc reprendre le bac de la 1^{ère}, que l'on coupe en 3 :

1 ^{ère} association		Valeur que va toucher la 1 ^{ère} association
2 ^{ème} association		Bac de la 1 ^{ère} coupé en 3

Le problème pour additionner, c'est qu'on n'a pas des bacs de longueur identique. Coupons le 1^{er} en autant de bacs identiques que le bac le plus petit. Vous obtenez :

1 ^{ère} association		Valeur que va toucher	la 1 ^{ère} association
2 ^{ème} association		Bac de la 1 ^{ère} coupé en 3	

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « Pourcentages + »**

1	En 2005, une mairie accorde une subvention de 2500 € à une association. Cette subvention est augmentée de 5 % en 2006. Quel est le montant de l'augmentation ?
----------	--

La somme de départ est de 2500 €. La somme varie de 5%. C'est une augmentation. Je cherche le montant de la variation (voir le ? du tableau).

		Valeur	%
2005	T otalité	2500	100
	V ariation	?	+ 5
2006	A rrivée		

Et hop ! un produit en croix et le tour est joué.

		Valeur	%
2005	T otalité	2500	100
	V ariation	$2500 \times 5 / 100$ = 125	+ 5
2006	A rrivée		

L'augmentation est de 125 €.

2	En 2005, une mairie accorde une subvention de 2500 € à une association. Cette subvention est diminuée de 5 % en 2006. Quel est le montant de la diminution ?
----------	--

La somme de départ est de 2500 €. La variation est de 5%. C'est une diminution. On cherche le montant de la diminution (voir le ? du tableau).

		Valeur	%
2005	T otalité	2500	100
	V ariation	?	- 5
2006	A rrivée		

Produit en croix.

		Valeur	%
2005	T otalité	2500	100
	V ariation	$2500 \times 5 / 100$ = 125	- 5
2006	A rrivée		

La diminution est de 125 €.

3	En 2005, une mairie accorde une subvention de 2500 € à une association. Cette subvention est augmentée de 5 % en 2006. Quel est le montant de la nouvelle subvention ?
----------	--

La somme de départ est de 2500€. La variation est de 5%. C'est une augmentation. On cherche le montant de la nouvelle subvention (voir le ? du tableau). Au départ cela valait 100%. Cela a augmenté de 5%. Cela vaut donc maintenant 105%.

		Valeur	%
2005	T otalité	2500	100
	V ariation		+ 5
2006	A rrivée	?	105

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « Partages proportionnels »**

Attention, dans cet exemple, la dernière colonne représente bien une somme, mais seulement la somme de A et B ! Le tableau devient :

Données	A	B	C	Somme
Somme				4000
Adhérents & Ancienneté	50 X 10 = 500	80 X 5 = 400	100 X 15 = 1500	500+400= 900

Et hop ! les produits en croix :

Données	A	B	C	Somme
Somme	$4000 \times 500 / 900 =$ 2222,22	$4000 \times 400 / 900 =$ 1777,78	$4000 \times 1500 / 900 =$ 6666,67	4000
Adhérents & Ancienneté	50 X 10 = 500	80 X 5 = 400	100 X 15 = 1500	500+400= 900

Tout va bien, A et B ont bien reçu en tout 4000 €

➤ **Le partage inversement proportionnel**

Ouille. Ca doit être compliqué. Un tout petit peu, oui. Mais on va simplifier. Vous devez être capable pour cela de mettre des fractions au même dénominateur.

Petit rappel (faisons simple) : soient les fractions $1/2$; $1/3$; $1/5$. Pour mettre les fractions au même dénominateur, multipliez le numérateur (la valeur du haut) et le dénominateur (valeur du bas) de l'une par les dénominateurs des autres (ne cherchez pas à trouver le dénominateur le plus petit, à simplifier les fractions, de une vous n'avez pas le temps le jour du concours, de deux, ça ne sert plus à rien, le prof faisait ça à l'école pour repérer les matheux des non matheux – j'exagère un peu, mais à peine – et on n'est plus à l'école, de trois, vous n'avez pas à détailler ce genre de calculs).

Revenons à nos moutons : Je multiplie le numérateur et le dénominateur de chacune par le dénominateur des autres :

Au départ	$1/2$	$1/3$	$1/5$
Calcul	$1 \times 3 \times 5 / 2 \times 3 \times 5$	$1 \times 2 \times 5 / 3 \times 2 \times 5$	$1 \times 2 \times 3 / 5 \times 2 \times 3$
A l'arrivée	$15/30$	$10/30$	$6/30$

Essayez avec d'autres exemples pour prendre le coup. Pour vérifier si vous avez bon ce n'est pas difficile : calculez la fraction de départ à la calculatrice ; idem avec la fraction d'arrivée. Vos résultats doivent être identiques.

$1/2 = 0,5$ et $15/30 = 0,5$; $1/3 = 0,33333$ et $10/30 = 0,33333$; $1/5 = 0,2$ et $6/30 = 0,2$.

Exemple 1 : Afin de favoriser les associations les plus jeunes, une mairie décide d'octroyer une subvention de 5000 € à partager entre 3 associations inversement proportionnellement (c'est dur à dire) à leurs anciennetés respectives soit 10 ans, 5 ans, 20 ans. Quelle est la part de chacune ?

Comme d'habitude, on crée notre tableau :

Données	A	B	C	Somme
Somme				5000
Ancienneté				

Dans ancienneté, on met les valeurs, mais inversées : $1/10$; $1/5$; $1/20$

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « débits »**

➤ **Savoir résoudre des problèmes utilisant les débits**

Il existe une multitude de problèmes utilisant les débits.

Ces problèmes font intervenir des notions (**que vous devez maîtriser**) aussi diverses que :

Les fractions,
 les conversions,
 les durées,
 les longueurs,
 les surfaces,
 les volumes,
 les capacités, ...

Quel que soit le problème qui se pose à vous, posez-vous les questions suivantes :

- **Que me donne-t-on dans l'énoncé ?**
- **Que dois-je chercher ?**
- **Que vais-je utiliser ?**

Par exemple, si on reprend le tout premier exercice, l'énoncé est :

Quelle est la quantité débitée en 3 heures par un nettoyeur haute-pression dont le débit est de 400 l/h ?

- Que me **donne**-t-on dans l'énoncé ? $T = 3 \text{ heures} ; D = 400 \text{ l/h}$
- Que dois-je **chercher** ? Q
- Que vais-je **utiliser** ? $Q = T \times D$

« il suffit » ensuite de remplacer les valeurs que l'on me **donne**, pour les remplacer dans la formule que je vais **utiliser** pour trouver ce que je **cherche**.

Tout n'est cependant pas si simple, car très souvent les problèmes sont des problèmes à tiroir : pour trouver ce que l'on me demande, je dois auparavant trouver autre chose (que l'on ne me demande pas), mais avant il me trouver autre chose (que l'on ne me demande pas non plus), etc etc etc

C'est pourquoi, il me faut bien étudier le problème dans son ensemble, éventuellement faire un schéma, imaginer ce qui se passe dans la réalité : si on me parle d'une cuve, je la dessine, je pense à celle que j'ai chez moi, ...

Les problèmes qui suivent ne sont que quelques exemples. Attention : les situations sont souvent différentes les unes des autres, à vous de savoir vous adapter.

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

EXERCICES

✓ **Exercice N° 1 :**

Le robinet d'eau froide d'une baignoire remplit celle-ci en 6 minutes. Le robinet d'eau chaude le remplit en 10 minutes. Si on ouvre le robinet d'eau froide au tiers de ses possibilités et totalement le robinet d'eau chaude, combien de temps faut-il pour remplir la baignoire ?

✓ **Exercice N° 2 :**

Le robinet d'eau froide d'une baignoire remplit celle-ci en 4 minutes. Le robinet d'eau chaude le remplit en 8 minutes. Si on ouvre le robinet d'eau froide au quart de ses possibilités et totalement le robinet d'eau chaude, combien de temps faut-il pour remplir la baignoire aux trois quarts ?

CORRECTION

✓ **Exercice N° 1 :**

Le robinet d'eau froide d'une baignoire remplit celle-ci en 6 minutes. Le robinet d'eau chaude le remplit en 10 minutes. Si on ouvre le robinet d'eau froide au tiers de ses possibilités et totalement le robinet d'eau chaude, combien de temps faut-il pour remplir la baignoire ?

Premièrement, si j'ouvre le robinet d'eau froide au $\frac{1}{3}$, c'est qu'il lui faut 3 fois plus de temps pour remplir la baignoire (voir INVERSE d'UNE FRACTION).

Il y a donc un robinet qui remplit la baignoire en 18 minutes (6×3) et un robinet qui la remplit en 10 minutes.

Le problème qui se pose maintenant, c'est que l'on ne connaît ni le débit des robinets, ni la contenance de la baignoire. C'est tout simplement parce que cela n'a pas d'importance. Cependant, puisque l'on n'est pas habitué à manipuler ce type de données, on a énormément de difficultés à imaginer ce qui se passe dans la réalité.

Voici deux méthodes pour résoudre ce type d'exercice :

1ère méthode : Les fractions.

Le premier robinet remplit la baignoire en 18 minutes. Il remplit donc $\frac{1}{18}$ de la baignoire en une minute.

Le second robinet remplit la baignoire en 10 minutes. Il remplit donc $\frac{1}{10}$ de la baignoire en une minute.

A eux deux, ils remplissent : $\frac{1}{18} + \frac{1}{10} = \frac{10}{180} + \frac{18}{180} = \frac{28}{180}$ de la baignoire en une minute.

C'est à dire 28 cent quatre vingtièmes de la baignoire.

La baignoire sera remplie lorsque l'on aura rempli 180 cent quatre vingtièmes de celle-ci. La durée cherchée est donc l'inverse de $\frac{28}{180}$ soit $\frac{180}{28} = 6,428$ minutes (soit 6 minutes et 26 secondes).

Vérification : $6,428 \times \frac{28}{180} = 1/1$ fraction qui représente la totalité de la baignoire.

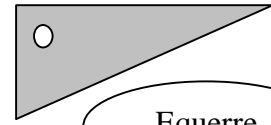
COURS DE MATHÉMATIQUES
CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ *Extrait de « Géométrie, bases »*

Pour vérifier que deux droites sont parallèles, il faut du matériel : prenez votre règle et votre équerre.



Règle

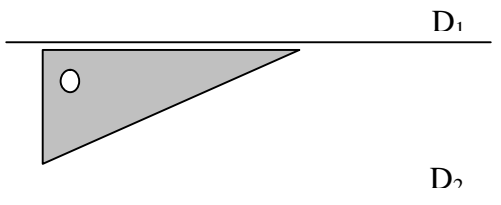


Equerre

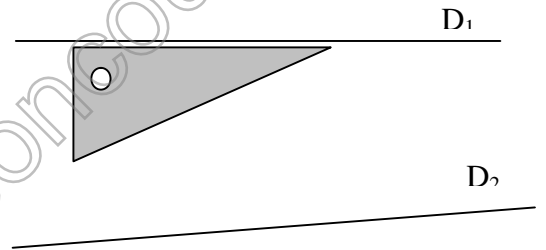


⇒ Placez votre équerre sur une des droites :

1^{er} cas

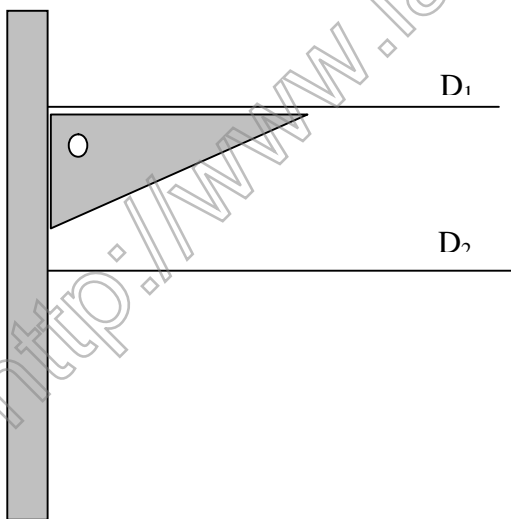


2^{ème} cas

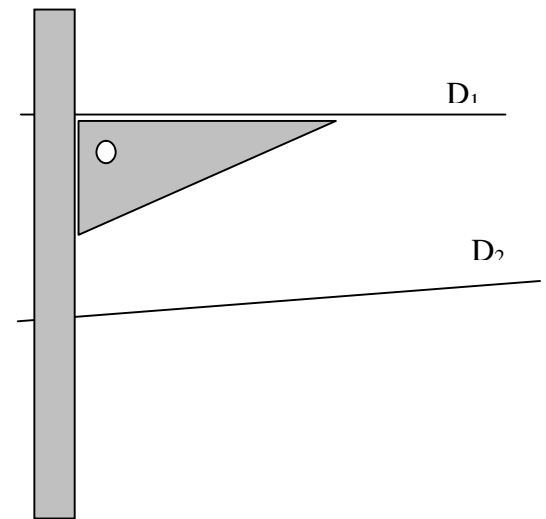


⇒ Collez votre règle contre l'équerre :

1^{er} cas



2^{ème} cas



COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « FACTORISATION »**

Par définition, c'est le contraire du développement : on remet tout dans des sachets.

Il y a 3 consignes à respecter :

On doit faire le maximum de sachets.
Les sachets doivent tous contenir la même chose.
Tout doit être utilisé.

Allons-y progressivement :

✓ **Vous avez 2 tomates et 2 melons (ça marche aussi avec d'autres ingrédients).**

Rappel : Vous devez faire un maximum de sachets, contenant chacun exactement la même chose en utilisant tous les ingrédients.

1 sachet de 2 tomates et 1 sachet de 2 melons ? : non, car chaque sachet ne contient pas la même chose.

1 sachet de 2 tomates et 2 melons ? : non, car vous pouvez faire plus de sachets...

2 sachets de 1 tomate et 1 melon ? : oui, vous ne pouvez pas faire mieux.

Donc :

2 tomates et 2 melons se mettent dans deux sachets de 1 tomate et 1 melon.

Traduction pseudo-mathématique :

2 tomates + 2 melons = 2 fois 1 tomate + 1 melon

Traduction mathématique :

$2T + 2M = 2(1T + 1M)$

✓ **4 tomates, 6 melons et 10 cerises :**

Il y a un 2 qui s'est caché, regardez bien :

2*2 tomates, 2*3 melons, 2*5 cerises...

Je vais faire 2 sachets contenant chacun 2 tomates, 3 melons, 5 cerises. Essayez en manipulant les ingrédients (au prix des fruits et légumes, essayez avec des carrés de sucre des pâtes et du riz. Pour vos sachets, prenez des verres. J'ai l'air de faire le clown, mais non, c'est sérieux. C'est en manipulant avec vos petites mains que vous allez comprendre facilement).

En résumé :

4 Tomates + 6 Melons + 10 Cerises = 2 sachets de 2 Tomates + 3 Melons + 5 cerises

$4T + 6M + 10C = 2(2T + 3M + 5C)$

$4T + 6M + 10C = 2(2T + 3M + 5C)$

Allez, un peu de cuisine :

✓ **45 Tomates, 30 Pommes de terre, 60 Oignons, 150 Carottes.**

Et réfléchissez avant de tourner la page...

COURS DE MATHÉMATIQUES

CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « Equations du 1^{er} degré à une inconnue »**

➤ **Définition**

Une équation du premier degré à une inconnue est de la forme :

$$ax + b = 0$$

x est l'inconnue (il n'y a qu'une inconnue, même si on la rencontre plusieurs fois. Cette inconnue est au degré 1, voir cours « Monômes et polynômes »).

a et b des nombres donnés.

Résoudre l'équation $ax+b=0$, c'est déterminer l'ensemble S des nombres x qui vérifient cette équation.

➤ **Signification du mot « Equation »**

Prenez le temps de lire ce paragraphe, ça devrait vous débloquer pas mal de choses (peut-être même que vous allez finir par aimer les maths).

La racine du mot « Equation », c'est « Egalité » mais aussi « Equilibre ». C'est justement ce mot qui va nous servir maintenant. Imaginez la vieille balance de nos grand-mères (ou plus), c'est-à-dire celle avec des plateaux (2 plateaux).

Si votre balance est en équilibre, c'est une équation.

Si elle penche d'un côté, c'est une inéquation.

Vous avez le droit de faire ce que vous voulez avec votre balance, je dis bien ce que vous voulez, je persiste et je signe d'ailleurs.

Il n'y a qu'une et une seule règle à respecter : votre balance doit toujours être en équilibre, sinon c'est perdu.

Comme vous avez l'air très sympathique, je vais vous donner un exemple :



Flèche de la balance indiquant qu'elle est en équilibre. C'est votre signe « = »



J'ajoute autant d'objets identiques des deux côtés, la balance reste équilibrée.



Il y a autant d'objets rouges que de noirs des deux côtés, la balance reste équilibrée.

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « Systèmes d'équations du 1^{er} degré à 2 inconnues »**

Le but de cette leçon est d'apprendre à résoudre des problèmes faisant intervenir 2 inconnues et nécessitant 2 équations pour les résoudre.

✓ **Exemple de problème :**

Au marché, j'achète 3 poules et 5 canards pour 24,40 €. Sachant que les prix restent constants, j'achète à nouveau 2 poules et 7 canards pour 29,10 €.

Quel est le prix d'une poule et le prix d'un canard ?

Ce type de problème fait apparaître deux inconnues :

- Prix d'une poule
- Prix d'un canard

Reste à déterminer 2 équations à partir de l'énoncé.

Ici, les équations apparaissent toutes seules. Normalement, vous avez dû vous dire :

$$3 \text{ poules} + 5 \text{ canards} = 24,40$$

$$2 \text{ poules} + 7 \text{ canards} = 29,10$$

Dans tout problème comportant plusieurs équations, il faut prendre l'habitude de les numéroter :

1) $3 \text{ poules} + 5 \text{ canards} = 24,40$

2) $2 \text{ poules} + 7 \text{ canards} = 29,10$

Un vieux proverbe que vous connaissez sans doute dit : « il ne faut jamais courir deux lièvres à la fois ».

Ici, c'est la même chose : n'essayez pas de trouver en même temps le prix d'une poule et le prix d'un canard. Faites une chose à la fois, et choisissez le premier prix que vous désirez trouver : le prix d'une poule ou le prix d'un canard.

Pour la première fois, je vous aide. Nous allons d'abord déterminer le prix d'une poule et enfin nous déterminerons le prix d'un canard.

Vous êtes prêt(e) ?

Alors tournez la page.

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ *Extrait de « Equations du 2nd degré à une inconnue »*

CORRECTION DES PROBLEMES

✓ **Numéro 1 :**

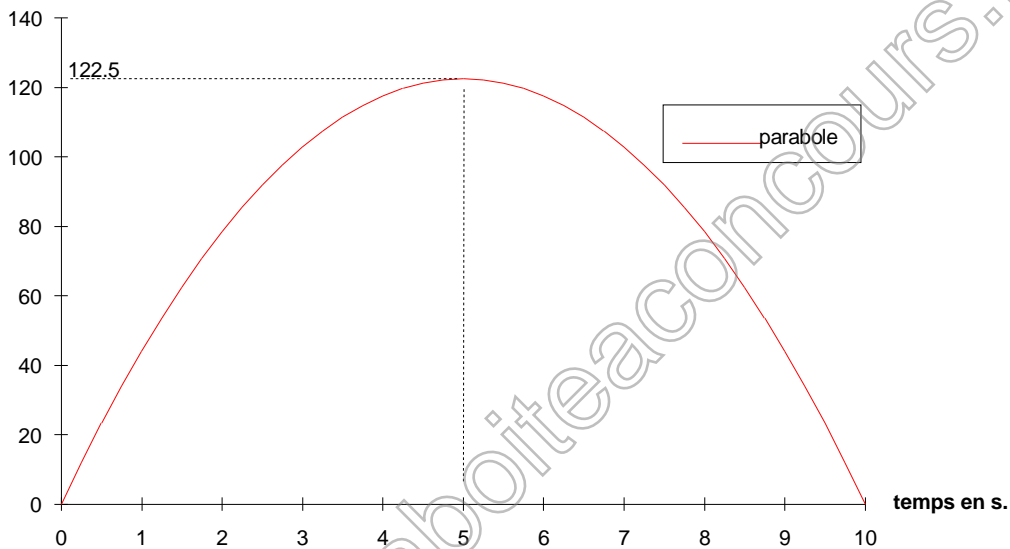
Solutions : 1) Distance = 83.25 m.
 2) V = 87.90 km/h.

✓ **Numéro 2 :**

Tableau de valeurs	t	0	2	5	8	10
	f(t)	0	78.4	122.5	78.4	0

a) Représentation graphique de la courbe d'équation $e = -4.9 t^2 + 49t$.

Espace parcouru en m.



b) La hauteur du point culminant est l'ordonnée du sommet de la parabole soit 122.5 m. L'objet repasse au point de départ ($e = 0$) 10 secondes après son lancer.

✓ **Numéro 3 :**

La valeur acquise au bout d'un an est : $V_a = 50\,000 * (1 + x * 1) = 50\,000 * (1 + x)$.

(Si vous redéveloppez, vous trouvez 50 000, soit le capital, et 50 000*x soit l'intérêt, voir cours).

La valeur acquise au bout des deux ans est : $V_a = 50\,000 * (1 + x) * [1 + (x + 0.005)]$.

(0,5% = 0,005 ; le taux « x » a été augmenté de 0,005 soit « x+0,005 »)

L'équation est donc : $50\,000 * (x + 1) * [(x + 1.005)] = 55\,915$. (voir cours « développements »).

$$x^2 + x + 1.005x + 1.005 = 1.1183$$

$$x^2 + 2.005x + 1.005 = 1.1183$$

$$x^2 + 2.005x - 0.1133 = 0$$

Résolution de l'équation :

$$\Delta = 2.005^2 - 4 * 1 * (-0.1133) = 4.473225 = (2.115)^2$$

$$x_1 = (-2.005 - 2.115) / 2 = -2.06 ; x_2 = (-2.005 + 2.115) / 2 = 0.055.$$

Interprétation du résultat :

Le taux du premier placement est 5.5 % (on élimine -2,06 car on ne peut pas avoir un taux de placement négatif, si on ne tient pas compte des banquiers véreux qui provoquent des crises financières mondiales, évidemment).

COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ **Extrait de « Tracer un graphique »**

➤ **Placer des points sur un graphique : Exemples**

Prenons deux exemples, pour nous entraîner :

✓ **Exemple 1 :**

Nous allons tracer le graphique de la fonction $y = 4x - 5$ (voir plus loin ce qu'est une fonction)

Le tableau est :

x	- 5	- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3	4
y	- 25	- 21	- 17	- 13	- 9	- 5	- 1	4	7	11

(voir au besoin fiche outil – comment calculer certaines valeurs d'une expression algébrique)

Le graphique sera :

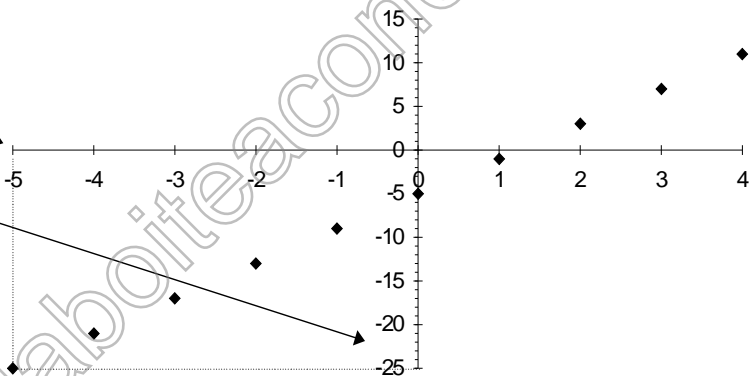
Pour le premier point :

$x = -5$

$y = -25$

*Vous avez compris ?
Représentez vous même
cette fonction.*

Fonction $y = 4x - 5$



✓ **Exemple 2 :**

Nous allons tracer le graphique de la fonction $y = 3x^2 - 5x + 1$.

(voir au besoin fiche outil – comment calculer certaines valeurs d'une expression algébrique)

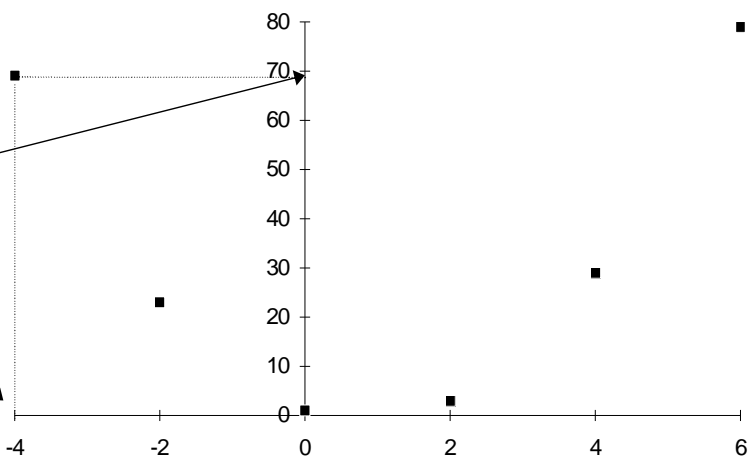
x	- 4	- 2	0	2	4	6
y	69	23	1	3	29	79

Pour le premier point :

$x = -4$

$y = 69$

*Vous avez compris ?
Représentez vous même
cette fonction.*



COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

⇒ *Extrait de « Fonctions usuelles »*

➤ Famille des fonctions paraboliques

Sa forme générale est :

$$y = ax^2 + bx + c$$

Exemple : $y = 3x^2 - 4x + 5$

Particularités de cette famille :

Sa représentation graphique (photo d'identité) est une parabole (d'où le nom : antenne parabolique).

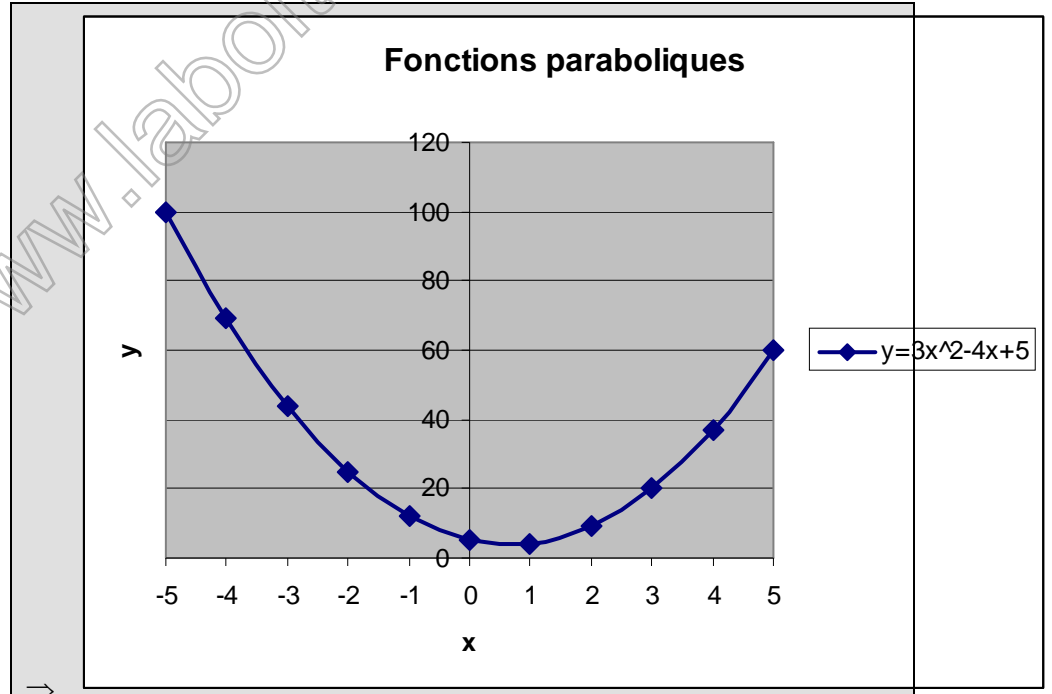
C'est une fonction croissante puis décroissante si a est positif, ou décroissante puis croissante, si a est négatif.

Tableau :

x	-5	-4	-3	-2	1	0	1	2	3	4	5
$y = 3x^2 - 4x + 5$											

Remarque : Pour calculer un carré à la calculatrice n'oubliez pas la touche x^2 (autre possibilité : touche \wedge puis 2)!

Graphique : Collez une feuille de papier millimétré ci-dessous. Tracez votre graphique (faites-le, ne regardez pas simplement le résultat en dessous). Echelle conseillée :
pour x : 1 cm / 1 unité pour y : 1 cm / 10 unités



COURS DE MATHÉMATIQUES CONCOURS DE CATEGORIE C

Fiche outil : Comment trouver l'équation d'une droite connaissant deux de ses points ?

Quelle est l'équation générale d'une droite ?

L'équation générale d'une droite est $y = ax + b$.

Le but est donc de trouver les valeurs de a et de b .

Par exemple, si a vaut **3** et b vaut **2**, cela signifie que l'équation de la droite est $y = 3x + 2$

Exemple :

Soit la droite (AB) passant par les points : A (5 ; 649) et B (20 ; 1009)

L'équation de la droite AB sera donc de la forme : $y = a \cdot x + b$

Or la droite passe par A, donc $649 = a \cdot 5 + b$

Et la droite passe par B, donc $1\ 009 = a \cdot 20 + b$

On obtient donc un système d'équations à 2 inconnues. On a autant de b dans les deux équations, il suffit donc de soustraire l'une à l'autre pour éliminer b et trouver a .

Reprenons les 2 équations :

$$649 = 5a + b$$

-

$$1\ 009 = 20a + b$$

$$-360 = -15a$$

$$-360 / -15 = a$$

$$a = 24$$

Il reste à calculer b . Pour cela on reprend l'une des 2 équations, par exemple la 1^{ère} :

$$649 = 5a + b$$

$$649 = 5 \cdot 24 + b$$

$$649 = 120 + b$$

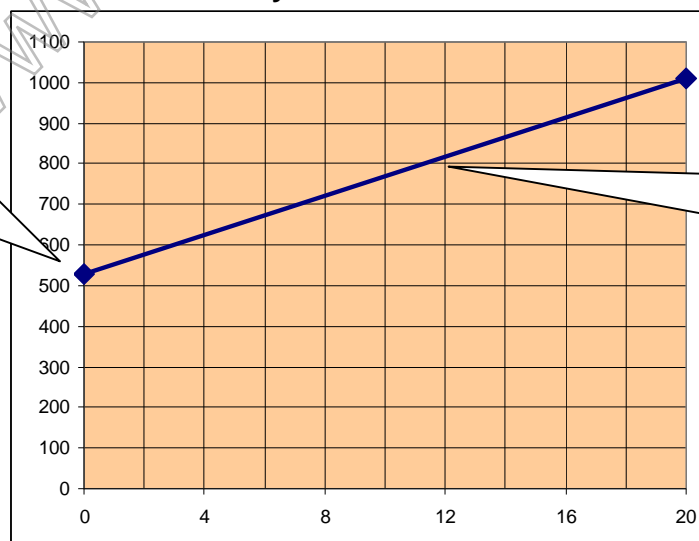
$$649 - 120 = b$$

$$b = 529$$

Finalement, l'équation de la droite est donc : $y = 24x + 529$

Tracé de la droite :

$$y = 24x + 529$$

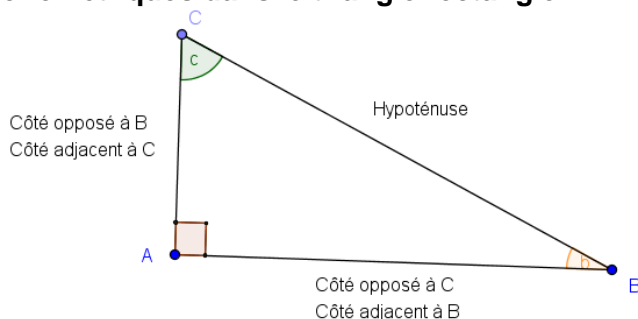


La droite coupe l'axe des ordonnées en b . Ici l'axe est donc coupé à **529**

La valeur de a est positive, la fonction est croissante, la droite « monte »

Bien que cette notion ne soit pas expressément au programme de catégorie C, elle peut l'être dans certaines options. Petit rappel rapide...

➤ **Relations trigonométriques dans le triangle rectangle**



Dans ABC un triangle rectangle en A, le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle aigu sont donnés par les formules suivantes:

$$\cos \hat{B} = \frac{\text{côté adjacent à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{côté opposé à } \hat{B}}{\text{côté adjacent à } \hat{B}} = \frac{AC}{AB}$$

Le mot « SOH CAH TOA » est un moyen mnémotechnique pour retenir les formules ci-dessus:

- SOH: Sinus Opposé Hypoténuse
- CAH: Cosinus Adjacent Hypoténuse
- TOA: Tangente Opposé Adjacent